

Описание метода вычисления спектров GLE

Математическая модель отклика нейтронного монитора.

Сначала несколько определений и обозначений. Если $S_i(R, h)$ - интегральная кратность генерации в атмосфере (функция отклика), то ожидаемую скорость счета для галактических частиц в момент времени t равна

$$I_G(T) = \int_{R_c}^{\infty} S_i(R, h) \cdot D_G(T) \cdot dR \quad (1)$$

Дополнительный поток солнечных протонов приведет к увеличению скорости счета на величину

$$\Delta I_S = \int_{R_c}^{\infty} S_i(R, h) \cdot \Delta D_S \cdot dR \quad (2)$$

Вариация скорости счета относительно скорости счета галактических космических частиц для эпохи T можно записать как

$$\frac{\Delta I_S}{I_G(T)} = \int_{R_c}^{\infty} \frac{S_i(R, h) \cdot \Delta D_S}{I_G(T)} \cdot dR \quad (3)$$

Если умножить числитель и знаменатель подынтегрального выражения на $D_G(T)$ и учесть, что по определению функция связи равна $W_i(R, h, T) = \frac{S_i(R, h) \cdot D_G(T)}{I_G(T)}$, то

$$\frac{\Delta I_S}{I_G(T)} = \int_{R_c}^{\infty} W_i(R, h, T) \frac{\Delta D_S}{D_G(T)} \cdot dR \quad \text{или} \quad y_i = \int_{R_c}^{\infty} W_i(R, h, T) \cdot J_{\parallel}(R) \cdot dR \quad (4)$$

Временную зависимость функции связи можно получить следующим образом. Пусть галактический спектр известен для какого-то момента времени и известна долгопериодическая вариация относительно этого момента времени. Тогда $D_i(R, h, T) = D_{1965}(R, h) \cdot (1 + \delta(T))$. Следовательно, и $W_i(R, h, T) = W_i(R, h, 1965) \cdot (1 + \delta(T))$. Оперировать относительными величинами, как это предлагает выражение (4) гораздо удобнее, чем определять абсолютные значения потока в соответствии с (2).

Определение параметров анизотропного потока солнечных протонов за границей магнитосферы выполнено с использованием метода оптимизации, базирующегося на сравнении измеренного потока с ожидаемым в соответствии с выбранной моделью взаимодействия с атмосферой и магнитосферой. Ожидаемый поток ???вариация ??? на станции i на уровне наблюдения h с эффективной жесткостью геомагнитного обрезания R_{ef} можем записать как

$$y_i = \int_0^{\infty} W_i(R, h, T) \cdot J_{\parallel}(R) \cdot F(\theta) \cdot \delta_i(R) \cdot dR = \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \quad (5)$$

где $J_{\parallel}(R)$ плотность солнечных космических лучей (???) дифференциальный спектр потока солнечных космических лучей за пределами магнитосферы в направлении оси анизотропии (межпланетного магнитного поля). Для этого спектра обычно используются один из видов аппроксимации:

$$J_{\parallel}(R) = a \left(\frac{R}{R_{norm}} \right)^{-\gamma} \quad \text{или} \quad J_{\parallel}(R) = a \exp(-R/R_0) / \exp(-R_{norm}/R_0). \quad (6)$$

$F(\theta)$ питч угловое распределение солнечных космических лучей, $\theta(R)$ - угол между направлением максимального потока и осью анизотропии (направлением межпланетного магнитного поля). Питч угловое распределение обычно рассматривается в одном из двух видов:

$$F(\theta) \propto \exp(-\theta^2/\theta_0^2) \quad \text{или} \quad F(\theta) \propto \cos^n \theta. \quad (7)$$

Учитывая, чтоpitch угол $\theta(R, \lambda_M, \varphi_M)$ в соответствии с () является функцией положения оси асимметрии λ_M, φ_M , оценке подлежат 5 параметров: a, γ (или a, R_0), θ_0 (или n), λ_M, φ_M . В модель входят еще две характеристики, учитывающие распространение солнечных протонов в атмосфере и магнитосфере. Это $W_i(R, h, T)$ - функция связи космических лучей для эпохи T и, последнее, регулирующая отклик в магнитосфере функция $\delta_i(R) = 1$, если траектория частицы в магнитосфере разрешена и $\delta_i(R) = 0$, если запрещена. Выражение () можно записать и как

$$y_i = \int_{R_c^{eff}}^{\infty} S_i(R, h) \cdot J_{\parallel}(R) \cdot F(\theta) \cdot dR \quad (8)$$

Но в этом случае, вводя эффективную жесткость геомагнитного обрезания R_c^{eff} , мы не учитываем деталей взаимодействия частиц с магнитосферой в области пенумбры, что не всегда может быть справедливым.

Линеаризация систем линейных уравнений.

Традиционное изложение метода наименьших квадратов не отвечает требованиям нелинейных задач. Между тем измеренные величины часто оказываются нелинейными функциями подлежащих оценке параметров. В некоторых случаях задача может быть сведена к линейной задаче, проводя достаточно простые алгебраические преобразования: логарифмирование, замена переменных и т.д. В других случаях необходим иной подход.

Пусть набор m наблюдаемых величин y_i являются функциями n параметров η_j

$$y_i = y_i(\eta_1, \dots, \eta_n), \quad i = 1, \dots, m.$$

Эти функции можно разложить в ряд Тейлора в окрестности точки нулевого приближения $(\eta_1^0, \dots, \eta_n^0)$, сохранив лишь члены первого порядка малости, а именно

$$y_i = y_i(\bar{\eta}^0) + \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta_1} \right|_0 (\eta_1 - \eta_1^0) + \dots + \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta_n} \right|_0 (\eta_n - \eta_n^0)$$

или

$$y_i - y_i^0 \approx \sum_j^n \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta_j} \right|_0 (\eta_j - \eta_j^0), \quad j = 1, \dots, n.$$

т.е.

$$\Delta y_i \approx \sum_j^n \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta_j} \right|_0 \Delta \eta_j$$

Если разложение справедливо, то тем самым задача сведена к линейной, в которой матрица A представляет собой матрицу частных производных первого порядка от исходных функций по соответствующим параметрам, а вектор наблюдаемых величин задается отклонением измеренных значений от значений функций в точках разложения. Таким образом,

$$\bar{A} \equiv \left\{ \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta_j} \right|_0 \right\} \quad \bar{y} \equiv \{\Delta y_i\} \quad \bar{\eta} \equiv \{\Delta \eta_j\}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

А система уравнений $\bar{A}\bar{\eta} = \bar{y}$.

Дальнейшая процедура такова: сначала выбираются приближенные значения параметров η_j^0 , т.е. по возможности наиболее близкие к искомым значениям η_j . Значения функций, вычисленные для этих приближенных значений параметров, равны y_i^0 . Разности между наблюдаемыми величинами функций и вычисленными $\Delta y_i = y_i - y_i^0$ играют роль линейных функций в обычном методе наименьших квадратов. Для нахождения $\Delta \eta_j$ решаются обычные МНК - уравнения. В итоге получают уточненные значения параметров

$$\eta_j = \eta_j^0 + \Delta \eta_j$$

Эти η_j используются в качестве новых приближенных значений для вычисления новых величин y_i^0 , которые должны лучше согласовываться с наблюдаемыми величинами, чем предыдущие. Это согласие, однако, может оказаться не столь хорошим, как требуется, и тогда вся процедура повторяется снова. Если исходная задача, решаемая МНК, линейная, то уже на первом этапе решение нормальных уравнений дает искомый результат. В случае нелинейной задачи итерационная процедура продолжается до тех пор, пока изменения параметров не станут крайне малыми или равными нулю.

Число требуемых итераций определяется тем, насколько близко выбраны начальные значения параметров к конечным или истинным значениям, и степенью нелинейности задачи, которая может быть оценена следующим образом. Функцию y_i можно выразить в виде

$$y_i = y_i^0 + \sum_j^n \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta_j} \right|_0 \Delta \eta_j + \frac{1}{2} \sum_j^n \left. \frac{\partial^2 y_i}{\partial \eta_j^2} \right|_0 (\Delta \eta_j)^2 \quad i = 1, \dots, m. \quad (10)$$

Если во всей области определения функций линейные члены значительно превосходят квадратные, то можно ожидать хорошей сходимости процесса итерации.

Формирование фундаментальной системы уравнений.

В соответствии с () при сведении задачи к линейной, матрица A фундаментальной системы уравнений представляет собой матрицу частных производных первого порядка от исходных функций по соответствующим параметрам, а вектор наблюдаемых величин задается отклонением измеренных значений от значений функций в точках разложения.

Определим элементы матрицы A для различных моделей. Результат приведен в таблице ниже. Некоторые введенные обозначения. Переменная z определяется из

$$\theta = \arccos(\sin \lambda_M \sin \lambda_A \cos(\varphi_M - \varphi_A) + \cos \lambda_M \cos \lambda_A) = \arccos(z) \quad . \quad (11)$$

для спектра вида $J_{\parallel}(R) = a(R/R_{norm})^{-\gamma}$ и пичч
углового распределения
 $F(\theta) \propto \exp(-\theta^2/\theta_0^2)$

$$A_i^{Tj} = \begin{pmatrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \theta_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(R/R_{norm}) \cdot dR \\ \frac{2}{\theta_0^3} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \theta^2 \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{pmatrix}$$

для спектра вида

$J_{\parallel}(R) = a \exp(-R/R_0) / \exp(-R_{norm}/R_0)$ и пичч
углового распределения $F(\theta) \propto \exp(-\theta^2/\theta_0^2)$

$$A_i^{Tj} = \begin{pmatrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial R_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \theta_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \frac{1}{R_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot (R - R_{norm}) \cdot dR \\ \frac{2}{\theta_0^3} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \theta^2 \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{pmatrix}$$

для спектра вида $J_{\parallel}(R) = a(R/R_{norm})^{-\gamma}$ и пичч
углового распределения $F(\theta) \propto \text{Cos}^n \frac{\theta}{2}$

$$A_i^{Tj} = \begin{pmatrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial n} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(R/R_{norm}) \cdot dR \\ \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(\text{Cos} \frac{\theta}{2}) \cdot dR \\ \frac{n}{2} \int_0^{\infty} \frac{\Psi}{\text{Cos} \theta/2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ \frac{n}{2} \int_0^{\infty} \frac{\Psi}{\text{Cos} \theta/2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{pmatrix}$$

для спектра вида

$J_{\parallel}(R) = a \exp(-R/R_0) / \exp(-R_{norm}/R_0)$ и пичч
углового распределения $F(\theta) \propto \text{Cos}^n \frac{\theta}{2}$

$$A_i^{Tj} = \begin{pmatrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial R_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial n} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \frac{1}{R_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot (R - R_{norm}) \cdot dR \\ \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(\text{Cos} \frac{\theta}{2}) \cdot dR \\ \frac{n}{2} \int_0^{\infty} \frac{\Psi}{\text{Cos} \theta/2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ \frac{n}{2} \int_0^{\infty} \frac{\Psi}{\text{Cos} \theta/2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{pmatrix}$$

для спектра вида

$$J_{\parallel}(R) = aR^{-(\gamma + \delta\gamma R)} / R_{norm}^{-(\gamma + \delta\gamma R_{norm})} \text{ и пичч углового}$$

распределения $F(\theta) \propto \exp(-\theta^2 / \theta_0^2)$

⇓

$$A_{i}^{Tj} = \begin{matrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \\ a_i^6 \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \delta\gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \theta_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(R/R_{norm}) \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot R \ln R \Big|_{R_{norm}}^R \cdot dR \\ \frac{2}{\theta_0^3} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \theta^2 \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{matrix}$$

для спектра вида

$$J(R) = \begin{cases} a(R/R_{norm})^{-\gamma}, R \leq R_{cut} \\ 0, R > R_{cut} \end{cases} \text{ и пичч}$$

углового распределения

$$F(\theta) \propto \exp(-\theta^2 / \theta_0^2)$$

⇓

$$A_{i}^{Tj} = \begin{matrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \\ a_i^6 \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial R_{cut}} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \theta_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(R/R_{norm}) \cdot dR \\ \Psi \Big|_{R_{cut}} \\ \frac{2}{\theta_0^3} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \theta^2 \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{matrix}$$

для спектра вида

⇓

$$J_{\parallel}(R) = \begin{cases} aR^{-(\gamma + \delta\gamma R)} / R_{norm}^{-(\gamma + \delta\gamma R_{norm})}, R \leq R_{cut} \\ 0, R > R_{cut} \end{cases} \text{ и ПИТЧ}$$

углового распределения

$$F(\theta) \propto \exp(-\theta^2 / \theta_0^2)$$

⇓

$$A^{Tj} = \begin{matrix} a_i^1 \\ a_i^2 \\ a_i^3 \\ a_i^4 \\ a_i^5 \\ a_i^6 \\ a_i^7 \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial y_i}{\partial a} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \delta\gamma} \\ \frac{\partial y_i}{\partial R_{cut}} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \theta_0} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \lambda_M} \\ \frac{\partial y_i}{\partial \varphi_M} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \Psi \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot \ln(R/R_{norm}) \cdot dR \\ - \int_0^{\infty} \Psi \cdot R \ln R |_{R_{norm}}^R \cdot dR \\ \Psi |_{R_{cut}} \\ \frac{2}{\theta_0^3} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \theta^2 \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} \cdot dR \\ - \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\infty} \Psi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} \cdot dR \end{matrix}$$

В вышеприведенной таблице элементов матрицы A производные $\frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M}$ и $\frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M}$ определяются как

$$\frac{\partial \theta}{\partial \lambda_M} = -(1 - z^2)^{-1/2} \cdot [\text{Cos}\lambda_M \text{Sin}\lambda_A \text{Cos}(\varphi_M - \varphi_A) - \text{Sin}\lambda_M \text{Cos}\lambda_A] \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi_M} = (1 - z^2)^{-1/2} \cdot \text{Sin}\lambda_M \text{Sin}\lambda_A \text{Sin}(\varphi_M - \varphi_A) \quad (23)$$

дифференцируя $\theta = \text{arcCos}(\text{Sin}\lambda_M \text{Sin}\lambda_A \text{Cos}(\varphi_M - \varphi_A) + \text{Cos}\lambda_M \text{Cos}\lambda_A) = \text{arcCos}(z)$.

Спектр солнечных протонов и нормировка спектра.

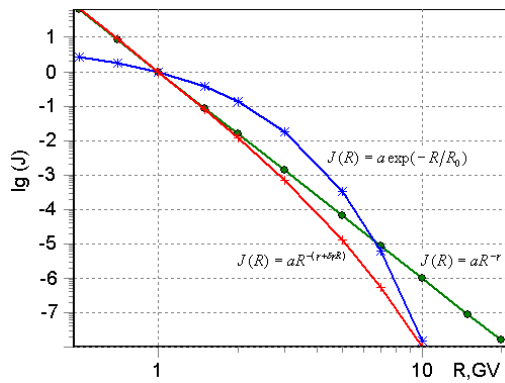


Рис.1. Сравнение наиболее используемых аппроксимаций спектров солнечных протонов. Спектры нормированы при 1 GV. $\gamma = 6$, $\delta\gamma = 0.2$, $R_0 = 0.5$.

При параметризации спектра солнечных протонов наиболее популярны следующие спектры: степенной $J(R) = aR^{-\gamma}$, модифицированный степенной $J(R) = aR^{-(\gamma+\delta\gamma R)}$, экспоненциальный $J(R) = a \exp(-R/R_0)$. Анализ данных солнечных событий показал, что при увеличении жесткости от 1 GV примерно на порядок важен не столько изменение наклона или даже завал, а обрезание спектра при некоторых жесткостях R_{cut} .

Эффективная жесткость частиц, регистрируемых нейтронным монитором, зависит от спектра частиц. Для галактических космических лучей это около 10 GV, для солнечных протонов это несколько GV. Поэтому удобно провести нормировку спектра вариаций к эффективной жесткости частиц, так, чтобы амплитуда спектра вариаций a по порядку величины

совпадала бы с реально измеряемыми данными. Если спектра вариаций $\frac{\Delta D}{D} = a \cdot f(R)$, то

нормированный спектр $\frac{\Delta D}{D} = a \cdot f(R) / f(R_{eff})$. При такой нормировке наибольшая точность достигается в области эффективной жесткости, при которой наибольшая скорость счета. Для солнечных протонов нормировка спектров проводится обычно к 1 GV. Ниже приведены исходные и нормированные спектры вариаций

исходный спектр	$J_{\parallel}(R) = aR^{-\gamma}$	$J_{\parallel}(R) = a \exp(-R/R_0)$
нормированный к 10 GV	$J_{\parallel}(R) = aR^{-\gamma} / 10^{-\gamma}$	$J_{\parallel}(R) = a \exp(-R/R_0) / \exp(-10/R_0)$
нормированный к 1 GV	$J_{\parallel}(R) = aR^{-\gamma}$	$J_{\parallel}(R) = a \exp(-R/R_0) * \exp(R_0) / e$

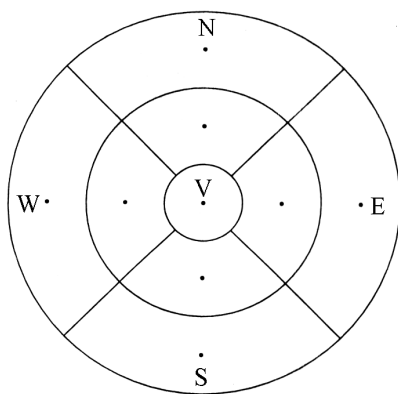


Рис.2.

Функции связи нуклонной компоненты и их аппроксимация.

Функции связи вторичной компоненты космических лучей (нейтронной, включая кратные нейтроны) при широтных измерениях непосредственно определяются экспериментально. Как показала практика, наиболее информативная и допускающая эффективную обработку экспериментальных данных является аппроксимация широтной кривой в виде (Dorman, Fedchenko, Riche, 1970)

$$I(R) = I_o (1 - \exp(-\alpha R^{-(\kappa-1)})), \quad (26)$$

где I_o скорость счета на полюсе. Полярные функции связи, как известно, можно получить исходя из широтной кривой скорости счета, проводя ее дифференцирование, т.е. $W(R) = -\frac{1}{I} \frac{\partial I}{\partial R}$ и тогда

$$W(R) = \alpha(\kappa - 1) \exp(-\alpha R^{-(\kappa-1)}) R^{-\kappa} \quad (27)$$

Эта простая и универсальная аппроксимирующая функция замечательна еще и тем, что для любых значений α и κ выполняется условие нормировки, т.е. $\int_0^{\infty} W(R) dR = 1$.

Функции связи для станции с жесткостью R_c можно получить перенормировкой, т.е. (28)

$$W(R_c, R) = 0 \quad \text{при } R < R_c \text{ и}$$

$$W(R_c, R) = W(R) / \int_{R_c}^{\infty} W(R) dR = W(R_c, R) = W(R) / (1 - \exp(-\alpha \cdot R_c^{-(\kappa-1)})) \quad \text{при } R \geq R_c,$$

которые также нормированы на 1.

Параметры α и κ связаны с характеристиками спектра первичного космического излучения, что легко видеть из асимптотического поведения W . Действительно $W(R \rightarrow \infty) \rightarrow \alpha(\kappa - 1)R^{-\kappa}$. Поскольку по определению $W(R) \propto m(R)D(R)$, где $m(R)$ - интегральная кратность генерации, а $D(R)$ - первичный дифференциальный спектр, можно записать $W(R) \propto R^{\nu} \cdot R^{-\gamma} \propto R^{-\kappa}$. Откуда $\gamma = \kappa + \nu$ ($\gamma \cong 2.7$ при $\kappa \cong 1.9$ и $\nu \cong 0.8$ в некотором интервале жесткостей).

Можно записать несколько простых и полезных выражений, характеризующих функции связи, и определяющиеся только значениями α и κ .

Максимальное значение функции связи	$W_{\max} = \kappa \exp(-\kappa / (\kappa - 1)) / R_{\max}$
Максимальное значение достигается при жесткости	$R_{\max} = (\alpha (\kappa - 1) / \kappa)^{1/(\kappa - 1)}$
Минимальное значение со стороны низких жесткостей (на уровне 0.1)	$R_l = 0.1 * R_{\max}$
Медианная жесткость	$R_{\text{med}} = (\alpha / \ln 2)^{1/(\kappa - 1)}$
Амплитуда широтного эффекта (R_{eq} жесткость на экваторе)	$s = 1 - \exp(-\alpha R_{eq}^{-(\kappa - 1)})$

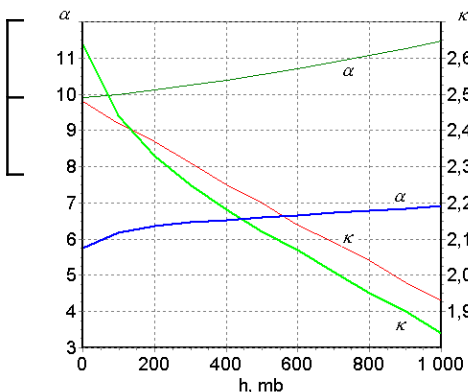


Рис.1. Высотная зависимость параметров α и κ для двух аналитических представлений: жирная пара кривых для представления (5), минимум СА; тонкая пара кривых для представления (7), минимум СА, N Climax=3800.

Высотный ход найденных параметров можно представить следующим выражением (h в барах) (29)

для максимума (1969) солнечной активности
$\ln \alpha = 1.93 + 0.150h - 0.18 \exp(-10h),$ $\kappa = 2.32 - 0.49h + 0.18 \exp(-9.5h)$

Таким образом, вплоть до уровня 300 мбар зависимость от высоты интересующих нас параметров имеет практически линейный вид.

Система координат. Траектории солнечных частиц в поле Земли.

Траектории частиц характеризуются следующими параметрами: жесткость R , широтой точки попадания частицы на Землю λ_E , зенитным углом падения ζ (для вертикали $\zeta = 0$), углом φ_A между направлением движения частицы и бесконечности и плоскостью экватора (т.е. широтой источника) и, наконец, углом “сноса” ψ , т.е. разностью долгот источника и точки падения частицы на Землю.

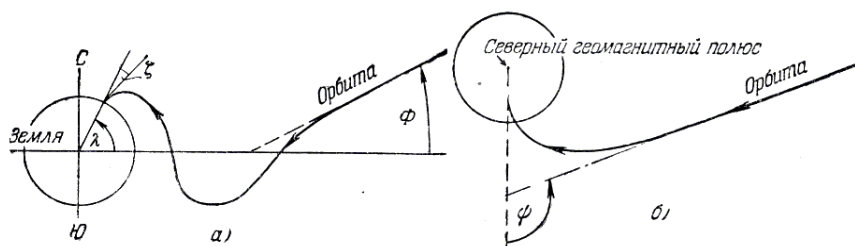


Рис. ???. Параметры, определяющие траекторию частицы:

Определение питч угла в географической системе координат.

Пусть задана правая географическая система координат (рис.), в которой долгота φ определяется как угол от нулевого меридиана, а λ ко-широта. В этой системе координат задан вектор асимптотического направления для частицы жесткости R

$$\vec{n}_A = (\text{Sin}\lambda_A \text{Cos}\varphi_A, \text{Sin}\lambda_A \text{Sin}\varphi_A, \text{Cos}\lambda_A),$$

и вектор анизотропии, совпадающий с направлением регулярного межпланетного магнитного поля,

$$\vec{n}_M = (\text{Sin}\lambda_M \text{Cos}\varphi_M, \text{Sin}\lambda_M \text{Sin}\varphi_M, \text{Cos}\lambda_M)$$

Тогда питч угол θ , определяемый как угол между направлением движения частицы и осью анизотропии, легко найти и, умножая скалярно вектора \vec{n}_A и \vec{n}_M , т.е. $(\vec{n}_A \cdot \vec{n}_M) = n_A n_M \text{Cos}\theta$

$$\text{Cos}\theta = \text{Sin}\lambda_M \text{Sin}\lambda_A \text{Cos}(\varphi_M - \varphi_A) + \text{Cos}\lambda_M \text{Cos}\lambda_A \quad (32)$$

Литература

□	Smart D.F., Shea M.A., “ Probable pitch angle distribution and spectra of the 23 February 1956 solar cosmic ray event ”, Proc. 21 th ICRC, Adelaide, V5, p. 257-260, 1990.	En/Ru
□	Cramp J.L., Duldig V.L., Flugicker E.O., Humble J.E., Shea M.A., Smart D.F., “ The October 22, 1989 solar cosmic ray enhancement: An analysis of the anisotropy and spectral characteristics ”, JGR, V102, No A11, 24,237-24,248 November, 1997.	En/Ru
□	Duldig M.L., “ Fine time resolution analysis of the 14 July 2000 GLE ”, Proc. of 27 th ICRC, Hamburg, p 3363-3366, 2001	En/Ru
□		En/Ru

Свалка

- [] (En/Ru) C. Plainaki, A. Belov, E. Eroshenko, H. Mavromichalaki, V. Yanke, **Study of the ground level enhancement of 20 January 2005**, Proc 20th ECRS-2006, <http://www.lip.pt/events/2006/ecrs/proc/ecrs06-s2-30.pdf>).
- [] (En/Ru) M. Andriopoulou, C. Plainaki, H. Mavromichalaki, A. Belov, E. Eroshenko A “**Preliminary statistical analysis of the GLEs in solar cycles 22 and 23**”, Proc. Of the 21st ECRS, Košice, 9 - 12 September 2008.
- [] (En/Ru) C. Plainaki, H. Mavromichalaki, A. Belov, E. Eroshenko, V. Yanke, “**Neutron Monitor asymptotic directions of viewing during the event of 13 December 2006**”, Symp. of Solar Extreme Events 2007: Fundamental Science and Applied Aspects", Athens, (24 - 27 сентября 2007), JASR, 2008
- [] (En/Ru) Plainaki C, Belov A., Eroshenko E., Mavromichalaki H., Yanke V.: ‘**Modeling ground level enhancements: The event of 20 January 2005**’ J. Geophys. Res, 112, A04102, doi:10.1029/2006JA011926, 2007
- [] (En/Ru) C. Plainaki, H. Mavromichalaki, A. Belov, E. Eroshenko, V. Yanke, “**Application of the NM-BANGLE model to GLE70**”, Proceedings of the ICRC 30th, Mexico, v.1, 281-284, 2008.
- [] ([eng/rus](#))
- [] (En/Ru) Dorman, L.I., L.A.Pustilnik, A. Sternlieb, I.G. Zukerman, A.V. Belov, E.A. Eroshenko, V.G. Yanke, H. Mavromichalaki, C. Sarlanis, G. Souvatzoglou, S. Tatsis, N. Iucci, G. Villaresi, Yu. Fedorov, B. A. Shakhov, M. Murat, “**Monitoring and Forecasting of Great Solar Proton Events Using the Neutron Monitor Network in Real Time**”. IEEE for Plasma Science, 32, 1478-1488, 2004
- [] (En/Ru) Belov, Á., Eroshenko, E., Mavromichalaki, H., Plainaki, C., Yanke, V. "A study of Great Ground Level Enhancement on 23 February, 1956" Adv. Space Res. 35, 4, 697, 2005
- [] (En/Ru) Plainaki, C., Belov, A., Eroshenko, E., Kurt, V., Mavromichalaki, H., Yanke, V. "Unexpected burst of solar activity recorded by neutron monitors during October-November 2003" Adv. Space Res. 35, 4, 691, 2005.
- [] (En/Ru) A.В. Белов, Е.А. Ерошенко, Е. Мавромичалаки, В.Г. Янке. “Протонное событие 23 февраля 1956 г. по данным нейтронных мониторов”, Известия РАН, сер. физ., **69**, № 6, 804-807, 2005.
- [] (En/Ru) Белов А.В., Е. А. Ерошенко, В.Г.Янке. “События октября-ноября 2003 г. в наземных наблюдениях космических лучей”. Геомagnetизм и Аэрoномия, v.45, N1,51-57,2005.
- [] (En/Ru) A.В. Белов, Л.М. Байсултанова, Е.А. Ерошенко, Е. Мавромичалаки, В.В. Пчелкин, В.Г. Янке, “Необычно большой магнитосферный эффект в космических лучах 20 ноября 2003 г.”, Известия РАН, сер. физ., , **69**, № 6, 857-860, 2005.
- [] (En/Ru) А. В. Белов, Е. А. Ерошенко, В. Г. Янке, “Эффекты в космических лучах в Ноябрье 2004 г.”,
- [] (En/Ru) E.V.Vashenyuk, G.A.Bazilevskaya, Y.V.Balabin, B.B.Gvozdevsky, V.S.Makhmutov, Y.I.Stozhkov, N.S.Svirzhevsky, A.K.Svirzhevskaya, L.I.Schur, "The GLE of December 13, 2006 according to the ground level and balloon observations", Mexico, V1, p.221-224
- [] (En/Ru) E.V.Vashenyuk, L.I.Miroshnichenko, Yu.V.Balabin, J.Perez-Peraza, A.Gallegos- Cruz, "Two-component features of the two largest GLEs: February 23, 1956 and January 20, 2005", Mexico, V1, p.249-252
- [] (En/Ru) E.V.Vashenyuk, Yu.V.Balabin, L.I.Miroshnichenko, J.Perez-Peraza, A.Gallegos-Cruz, "Relativistic solar cosmic ray events (1956-2006) from GLE modeling studies", Mexico, V1,

1. Shea, M.A. and D.F. Smart, A Summary of Major Solar Proton Events, *Solar Phys.*,127, 297-320, 1990.
 - 2- Shea M. A. and Smart D. F. A Comparison of Energetic Solar Proton Events During the Declining Phase of Four Solar Cycles (Cycles 19-22) // *JASR*. V. 16. No9. P. 37. 1995.
 - 3.- Shea, M.A., Smart, D.F. The **heliolongitudinal** distribution of solar flares associated with solar proton events // *Adv. Space Res.* V.17. No2. P.113-116. 1996.
 - 4.- Smart, D.F. and Shea, M.A., The local time dependence of the anisotropic solar cosmic ray flux // *Advances in Space Research*. V. 32. No1. P. 109-114. 2003.
- Cramp J.L., Duldig V.L.,Flugicker E.O., Humble J.E., Shea M.A., Smart D.F., “**The October 22, 1989 solar cosmic ray enhancement: An analysis of the anisotropy and spectral characteristics**”, *JGR*,V102, No A11, 24,237-24,248 November, 1997.